

Examen havo wiskunde A 2007-I (aangepast)

Marathon

- 1 Gevraagd: gemiddelde snelheid aantonen van 5,6 m/s
 Gegeven: 42 km en 195 m 2 uur 4 minuten en 55 seconden
 Antwoord:

1 kilometer = 1000 m	42 kilometer = 42 · 1000 = 42000 m	
	195 m	
		+
Totaal		42195 m

1 uur is 60 minuten
 1 minuut = 60 seconden
 1 uur is 60 · 60 = 3600 seconden

1 uur =	3600 seconden	2 uur =	2 · 3600 =	7200 seconden	
1 minuut =	60 seconden	4 minuten =	4 · 60 =	240 seconden	
				55 seconden	
					+
Totaal				7495 seconden	

De gemiddelde snelheid = $\frac{42195}{7495} \approx 5,6 \text{ m/s}$

- 2 Gevraagd: aantonen dat met de gegeven formule onder de 2 uur en 4 minuten kan worden gelopen
 Gegeven: 2 uur en 4 minuten
 10.000 m : 26 minuten en 27 seconden
 Halve marathon: 59 minuten en 17 seconden

Antwoord:
 Gegevens invullen in de formule

$$T_2 = T_1 \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^{1,06}$$

T_1 is de bekende recordtijd in de halve marathon en deze is 59 minuten en 17 seconden. In de formule is T_1 in seconden dus eerst omrekenen.

minuten	1	59
seconden	60	59 · 60 = 3540 seconden

3540 seconden + 17 seconden = 3557 seconden
 Bij T_1 hoort de recordtijd die gehaald is op de halve marathon.
 Die halve marathon is D_1 .

De hele marathon is dus 2 keer D_1 .

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{2D_1}{D_1} = 2$$

$$T_2 = 3557 \cdot 2^{1,06}$$

$$= 7416 \text{ seconden}$$

Nu dit antwoord omrekenen naar uren en minuten

seconden	3600	1	7416
uur	1	1/3600	7416 · 1/3600 = 2,06

uur	1	0,01	0,06
minuten	60	60/100 = 0,6	6 · 0,6 = 3,6

Dus 2 uur, 3 minuten en 36 seconden

- 3 gevraagd: hoeveel procent de berekende tijd afwijkt van 12 minuten en 39,36 seconden
 gegeven: $T = 0,05827 \cdot D^{1,111}$
 $D =$ afstand in meters
 $T =$ tijd in seconden
 5000 meter, 12 minuten en 39,36 seconden

antwoord:

Gegevens invullen in de gegeven formule:

$$T = 0,05827 \cdot D^{1,111}$$

$$T = 0,05827 \cdot 5000^{1,111}$$

$$T = 749,90 \text{ seconden}$$

12 minuten omrekenen naar seconden

minuten	1	12
seconden	60	12 · 60 = 720

$$720 + 39,36 = 759,36$$

$$\frac{759,36 - 749,90}{749,90} \cdot 100\% = 1,3\%$$

- 4 Gevraagd afstand
 gegeven: 12 minuten
 $T = 0,05827 \cdot D^{1,111}$

Antwoord:

$$12 \text{ minuten} = 720 \text{ seconden}$$

Invullen in de formule

$$720 = 0,05827 \cdot D^{1,111}$$

Verder met de GR

Met behulp van het snijpunt kunt u de waarde van D vinden.

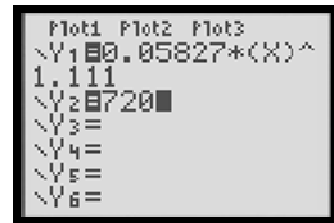
Ga hier voor als volgt te werk.

Examenbundel Wiskunde havo A

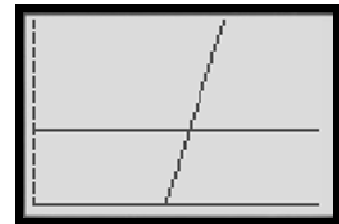
- Druk op $Y=$



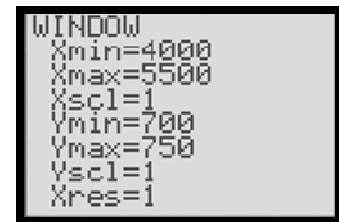
- Voer achter $Y1$ de formule $0,05827 \cdot x^{1,111}$ in en achter $Y2$ het aantal seconden : 720



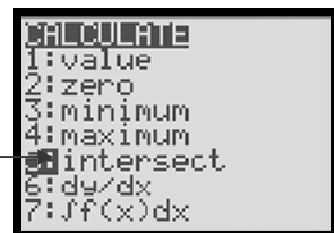
- Druk op *GRAPH*



- Pas eventueel de Window instellingen aan

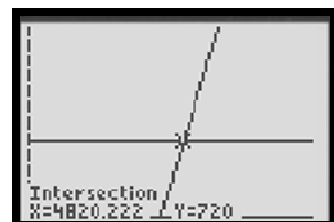


- Druk op *2nd*, *TRACE*



- Intersect*

- Druk 3 maal op *ENTER*



Het antwoord is 4820 meter

Bij het examen dient u de wekwijze met de GR te beschrijven.

Goedkoop vliegen

- 5 Gevraagd: De gemiddelde prijs
 Gegeven

categorie	Toeslag in euro ten opzichte van vorige categorie	Prijs
1		60
2	+ 10	70
3	+10	80
4	+10	90
5	+ 20	110
6	+ 20	130
7	+ 20	150
8	+ 30	180
9	+ 30	210
10	+ 200	410

Antwoord:

tel alle prijzen bij elkaar op en deel deze door het aantal tickets.

$$60 + 70 + 80 + 90 + 110 + 130 + 150 + 180 + 210 + 410 = 1490$$

$$1490 / 10 = 149 \text{ euro}$$

- 6 Gevraagd de kans dat alle 60 komen opdagen
 gegeven: 60 tickets zijn verkocht, 4% komt niet opdagen

Antwoord:

4% komt niet opdagen = 0,04

Wel op komen dagen $1 - 0,04 = 0,96$

$$0,96^{60} = 0,086$$

Met de GR

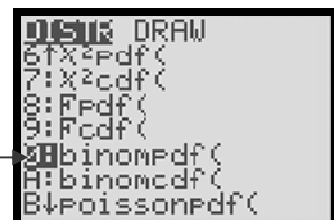
De kansen zijn binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = 0,96$

Het is een exact aantal dus $\text{binompdf}(n, p, x)$

- Druk op *2nd*, *VARs*



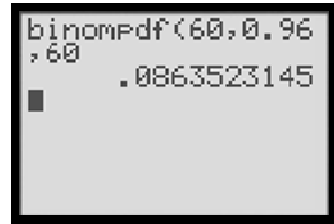
- Ga met pijltjestoetsen naar *binompdf*(



- Druk op *ENTER* en voer de waarden in.

- Druk weer op *ENTER*.

Het antwoord is 0,0864



- 7 Gevraagd ontbrekende getallen bepalen en bereken de verwachte extra inkomsten
 gegeven 75 tickets worden verkocht, de 5 teveel kosten 500 euro per stuk

Antwoord

Aantal mensen dat komt opdagen	70 of minder	71	72	73	74	75
Extra inkomsten	2500	2500 – 350 = 2150	2500 – 2 · 350 = 1800	2500 – 3 · 350 = 1450	2500 – 4 · 350 = 1100	2500 – 5 · 350 = 750
kans	0,18125	0,17149		0,22552		

Kansen berekenen
 $N = 75$ $p = 0,96$

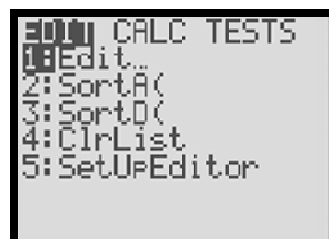
Aantal mensen dat komt opdagen	70 of minder	71	72	73	74	75
Extra inkomsten	2500	2150	1800	1450	1100	750
kans	Binomcdf (75, 0.96, 70) = 0,18125	Binompdf (75, 0.96, 71) = 0,17149	Binompdf (75, 0.96, 72) = 0,22865	Binompdf (75, 0.96, 73) = 0,22552	Binompdf (75, 0.96, 73) = 0,14628	Binompdf (75, 0.96, 73) = 0,04681

Bij 70 of minder wordt er Binomcdf gebruikt

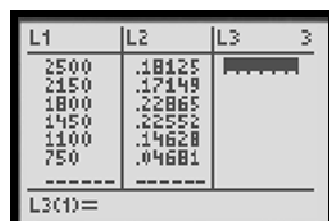
Verwachtingswaarde berekenen
 $E(x) = n \cdot p$

Met de GR

- Druk op STAT



- Zet de inkomsten in *L1* en de kansen in *L2*.



- Druk op *STAT*
- Ga met pijltjestoetsen naar *CALC*

```

EDIT▶[2ND][TESTS
1:1-Var Stats
2:2-Var Stats
3:Med-Med
4:LinReg(ax+b)
5:QuadReg
6:CubicReg
7:↓QuartReg
    
```

- druk op *ENTER*

```

1-Var Stats
    
```

- Druk op *2nd*, *1*, *2nd* *2*

```

1-Var Stats L1,L
z
    
```

- En druk op *ENTER*

Hier staat het gemiddelde wat tevens de verwachtingswaarde is

```

1-Var Stats
x=1756.418
Σx=1756.418
Σx²=3343836.25
Sx=
σx=508.7554022
↓n=1
    
```

Verspreiding van euromunten

- 8 gevraagd: op 1 mei 2004 percentage Nederlandse euromunten
 gegeven: afname met 4% groeifactor = 0,96
 , $P = 100 \cdot 0,96^t$, P = percentage in portemonnee
 t = tijd in maanden na 1-1-2002

antwoord:
 van 1 januari 2002 tot 1 mei 2004 = 28 jaar
 invullen in de formule
 $P = 100 \cdot 0,96^{28}$
 $P = 31,89$
 Het percentage $\approx 32\%$

- 9 Gevraagd: percentage
 gegeven: volgens de tabel is percentage 60,6

Antwoord
 $P = 60,6$
 $60,6 = 100 \cdot x^{28}$

- 12 gevraagd: hoeveel maanden duurt het voordat er evenveel buitenlandse als Nederlandse Munten zijn
 Gegeven: afname = 3,2%

Antwoord

Er moeten evenveel Nederlandse als buitenlandse in de portemonnee zitten. Er moeten dan 50 nederlandse en 50 buitenlandse inzitten.

$$\text{Groeifactor} = 1 - 0,032 = 0,968$$

$$100 \cdot 0,968^x = 50$$

Met de GR

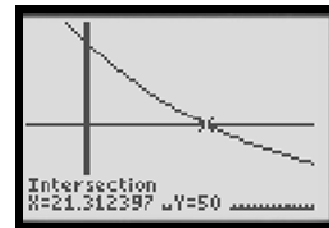
$$Y1 = 100 \cdot 0,968^x$$

$$Y2 = 50$$

Windowinstellingen

```
WINDOW
Xmin=-10
Xmax=40
Xscl=1
Ymin=0
Ymax=110
Vscl=
Xres=1
```

GRAPH , 2nd TRACE , intersect , ENTER , 3 maal ENTER



Teddyberen

- 13 gevraagd: de winst bij een productie van 5000
 Gegeven: $W = TO - TK$ prijs = 6 $TK = 0,1q^3 - q^2 + 6q + 6$ $TO = 6q$
 TO en TK zijn in duizenden q is in duizendtallen

Antwoord

Vul 5 in de formule in

(5 en niet 5000 omdat q in duizendtallen is)

$$W = TO - TK$$

$$W = (6q) - (0,1q^3 - q^2 + 6q + 6)$$

(zet in eerste instantie altijd haakjes om de formules heen, dit om rekenfouten te voorkomen)

Nu de haakjes wegwerken

$$W = 6q - 0,1q^3 + q^2 - 6q - 6$$

$$W = -0,1q^3 + q^2 - 6$$

$$W = -0,1 \cdot 5^3 + 5^2 - 6$$

$$W = 6,5$$

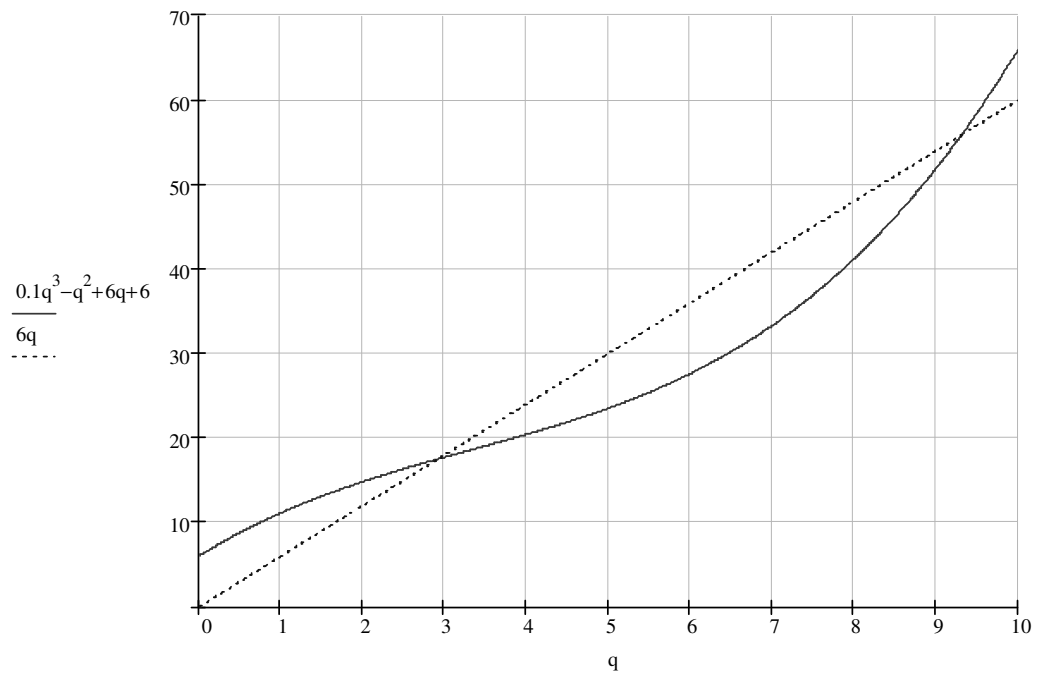
```
-0.1*(5)^3+5^2-6
6.5
```

```
-0.1*(5)^3+5^2-6
6.5
Ans*1000
6500
```

De winst wordt nu 6500

- 14 gevraagd: bij welke aantallen wordt er geen winst en geen verlies gedraaid
 Of in andere woorden wat is het break even point

Gegeven



Antwoord
Met de GR

```

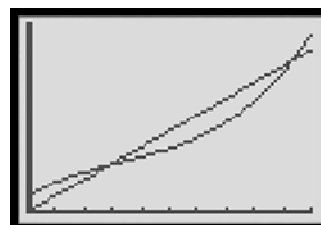
Plot1 Plot2 Plot3
Y1=0.1(X)^3-X^2
+6X+6
Y2=6X
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
    
```

- Window instellingen zoals in de grafiek

```

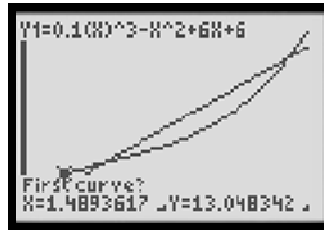
WINDOW
Xmin=0
Xmax=10
Xscl=1
Ymin=0
Ymax=70
Yscl=
Xres=1
    
```

- GRAPH



Met intersect kunt u de snijpunten opzoeken.

- 2nd TRACE Intersect.

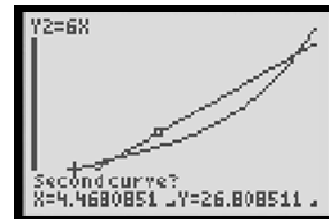


Omdat we nu twee snijpunten hebben is het belangrijk het juiste snijpunt op te zoeken.

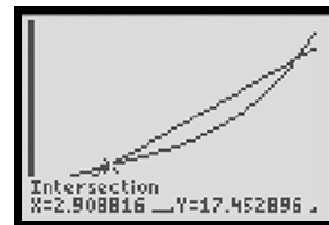
- Ga met de linker pijltjestoets _____ aan de linkerkant van het eerste snijpunt staan.



- Druk op ENTER.

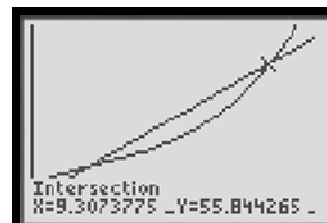


- Ga nu met rechterpijltjestoets aan de rechterkant van het snijpunt staan
- Druk 2 keer op ENTER



Het eerste snijpunt ligt bij $x \approx 2,909$

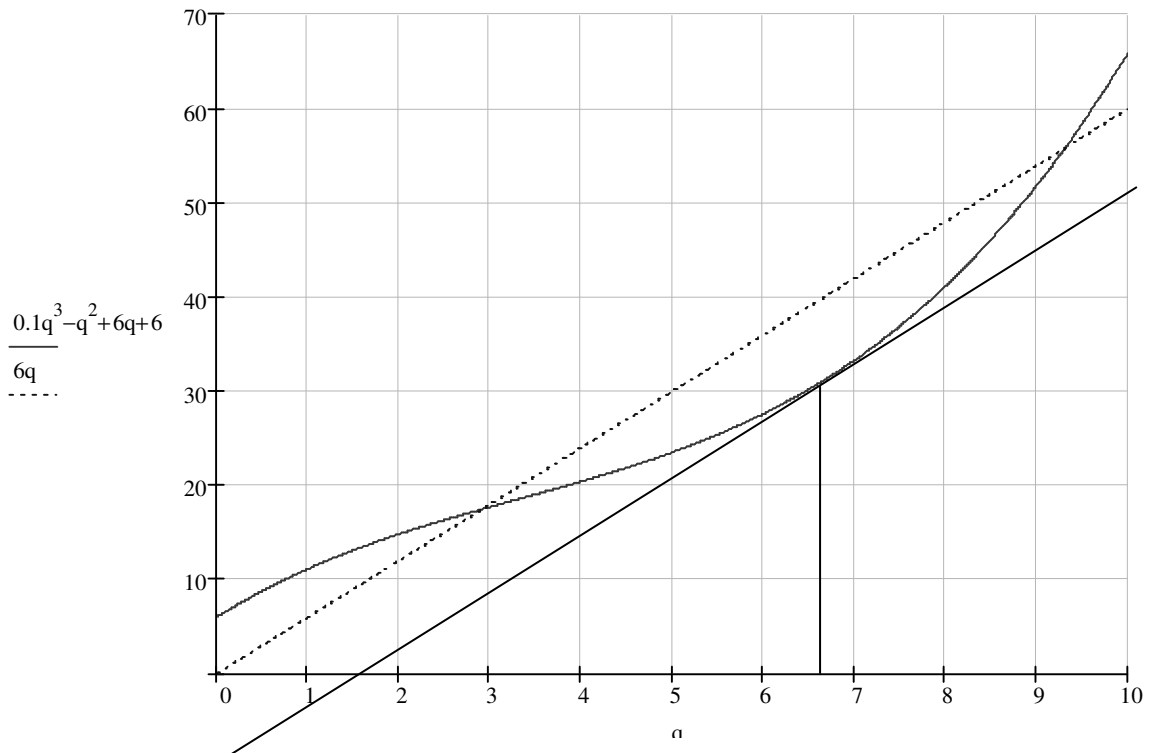
Voor het tweede snijpunt zet u respectievelijk weer de cursor aan de linkerkant en de rechterkant van het snijpunt .



Het tweede snijpunt $\approx 9,307$

Dus er wordt geen winst of verlies gemaakt bij een productie van $2,909 \cdot 1000 = 2909$ en $9,307 \cdot 1000 = 9307$ teddyberen.

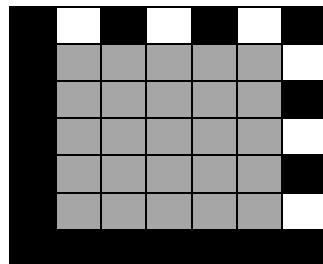
- 15 gevraagd: schatting bij welke productie de winst maximaal is
 Gegeven: de grafiek
 Antwoord: als de winst maximaal is dan zijn de kosten ten opzichte van de opbrengst het minst
 In de grafiek kun je dat zien daar waar de grafiek van TK het verst van de grafiek van TO ligt.
 Trek een lijn parallel aan de rechte van TO zoals hieronder.



Ongeveer bij 6,7 is de winst maximaal

Printerinkt

- 16 gevraagd: bereken het aantal verschillende codes met 10 zwarte en 15 witte vierkantjes
 Gegeven:



Antwoord
 in het grijze vlak kunnen de vakjes wit of zwart gekleurd zijn.
 Het zijn in totaal 25 vakjes.

Dit zijn in totaal $\binom{25}{10}$ of $\binom{25}{15}$ mogelijkheden.

Met de GR

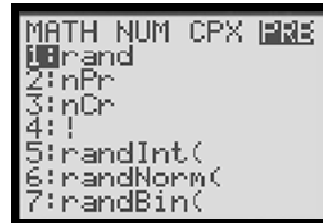
Examenbundel Wiskunde havo A

- Voer 25 in

- Ga naar MATH



- Ga met pijltjestoetsen naar PRB



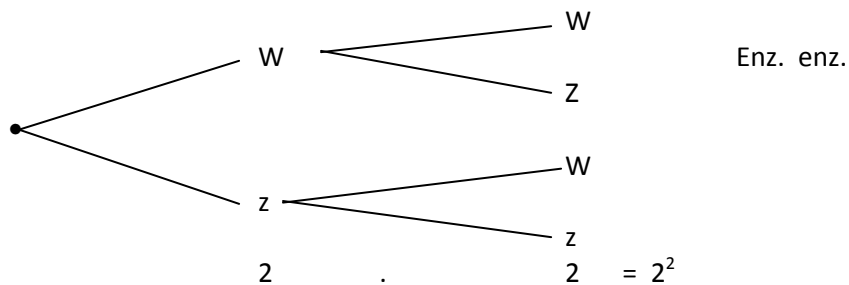
- Ga met pijltjestoetsen naar nCr
- Druk op ENTER
- Voer nu nog 10 in, en druk nogmaals op ENTER



- 17 gevraagd: met hoeveel verschillende codes kan het grijze gebied gevuld worden
 Gegeven: het gebied bestaat uit 25 hokjes

Antwoord

Bij elk hokje heb je de keuze uit 2 mogelijkheden: zwart of wit



Er zijn 25 hokjes dus het antwoord is $2^{25} = 33\,554\,432$ mogelijkheden

- 18 gevraagd is een codegebied van 6 bij 6 voldoende tot en met het jaar 2011
 Gegeven 2007: 435 miljoen ieder jaar toename van 10,5%

Antwoord

de groeifactor = 1,105

Examenbundel Wiskunde havo A

Met de GR

Zet de jaren 0 tot en met 4 in L1.

Ga nu als volgt te werk:

- Ga met behulp van de pijltjestoetsen naar L2

L1		L3	2
0			
1			
2			
3			
4			

L2 =

- Voer nu achter L2 , zoals hieronder de formule: $435 * 1,105^{L1}$ in

L1		L3	2
0			
1			
2			
3			
4			

L2 = $435 * 1.105^{L1}$

- druk op ENTER

L1	L2	L3	2
0	435		
1	480.68		
2	531.15		
3	586.92		
4	648.54		

L2(0)=435

- Druk op 2nd MODE

- Druk op 2nd STAT en ga met de pijltjestoetsen naar MATH

NAMES	OPS	MATH
1	:	min()
2	:	max()
3	:	mean()
4	:	median()
5	:	sum()
6	:	prod()
7	:	stdDev()

- Ga met de pijltjestoetsen naar sum(
- Druk op ENTER
- Druk op 2nd 2
- Druk op ENTER

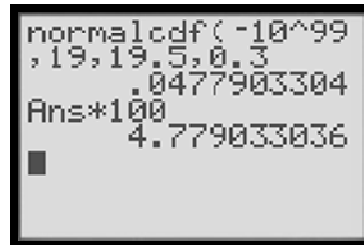
sum(L2	2682.279459
--------	-------------

Afgerond is het antwoord: 2683 . Dit is 2,683 miljard.
Een codegebied van 6 bij 6 is dus voldoende.

- 19 gevraagd: voldoet de fabrikant aan de europese regel
 Gegeven: op cartridge staat 19 ml $\sigma = 0,3$ mL $\mu = 19,5$ mL
 < dan 19,0 mL kleiner dan 5%

Antwoord:
 5% = 0,05

Met de GR
 2nd VARS, normalcdf(-10^{99} , 19 , 19,5 , 0,3)
 Het is dus minder dan 5%



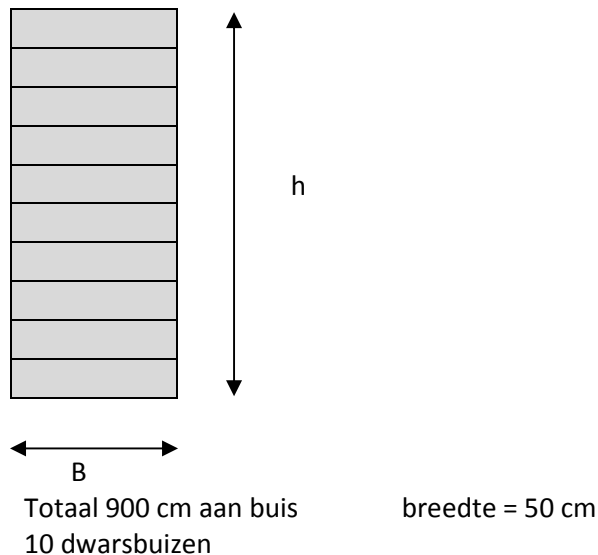
- 20 gevraagd: met hoeveel procent kunnen meer dan 470 pagina's geprint worden
 Gegeven: 19 mL = 450 pagina's $\mu = 19,5$ mL
 Antwoord:

19	$19/450 = 0,042$	$470 \cdot 0,042 = 19,8444$
450	1	470

$P(\text{minstens } 470) = P(\text{minstens } 19,8444 \text{ ml inkt})$
 $P(X \geq 19,844) = \text{normalcdf}(19.844, 10^{99}, 19,5, 0.3) = 0,1255$
 $0,1255 \cdot 100 = 12,55 \%$

Badkamerradiator

- 21 gevraagd: de hoogte van de radiator
 Gegeven:



Antwoord
 $10 \cdot 50 = 500$ cm
 $900 - 500 = 400$ cm
 $400 / 2 = 200$ cm
 De hoogte is dus 200 cm

- 22 gevraagd: een formule waarin h uitgedrukt wordt in b
Gegeven de totale lengte = 900 er zijn 10 dwarsbuizen: b
2 opstaande buizen: h
Lineaire functie: $f(x) = ax + b$

Antwoord

$$10b + 2h = 900$$

Alles delen door 2 $5b + h = 450$

Herschikken $h = 450 - 5b$